

Pensieve Header: A 2D B-Picture.

```
SetDirectory["C:\\drorbn\\AcademicPensieve\\Projects\\w-Computations"]
```

```
C:\\drorbn\\AcademicPensieve\\Projects\\w-Computations
```

```
ar[i_, j_] := t[i] h[j]
```

```
HMultiply[x_, y_, z_][mix_] := Module[
```

```
{ξ, η, j},
```

```
ξ = D[mix, h[x]] /. t[s_] => c[s];
```

```
η = D[mix, h[y]] /. t[s_] => c[s];
```

```
j[ξ_] := If[ξ === 0, 1,  $\frac{(e^\xi - 1)}{\xi}$ ];
```

```
(mix /. {h[x] -> 0, h[y] -> 0}) +
```

$$\frac{j[\xi] h[z] D[mix, h[x]]}{j[\xi + \eta]} + e^\xi \frac{j[\eta] h[z] D[mix, h[y]]}{j[\xi + \eta]}$$

```
] ]
```

```
BDisplay[expr_] := Collect[expr, _h, Collect[#, _t, FullSimplify] &]
```

```
HMultiply[3, 4, 5][t[1] h[3] + t[2] h[4]] // BDisplay
```

$$h[5] \left(\frac{(-1 + e^{c[1]}) (c[1] + c[2]) t[1]}{(-1 + e^{c[1]+c[2]}) c[1]} + \frac{e^{c[1]} (-1 + e^{c[2]}) (c[1] + c[2]) t[2]}{(-1 + e^{c[1]+c[2]}) c[2]} \right)$$

```
a = t[1] h[4] + t[2] h[5] + t[3] h[6]
```

```
h[4] t[1] + h[5] t[2] + h[6] t[3]
```

```
HMultiply[4, 5, 7][a] // BDisplay
```

$$h[7] \left(\frac{(-1 + e^{c[1]}) (c[1] + c[2]) t[1]}{(-1 + e^{c[1]+c[2]}) c[1]} + \frac{e^{c[1]} (-1 + e^{c[2]}) (c[1] + c[2]) t[2]}{(-1 + e^{c[1]+c[2]}) c[2]} \right) + h[6] t[3]$$

```
Expand2[expr_] := Series[expr /. {c[i_] => z c[i], t[i_] => z t[i]}, {z, 0, 2}]
```

```
HMultiply[4, 5, 7][a] // Expand2
```

$$(h[7] t[1] + h[7] t[2] + h[6] t[3]) z + \frac{1}{2} (-c[2] h[7] t[1] + c[1] h[7] t[2]) z^2 + O[z]^3$$

```
HMultiply[7, 6, 8][HMultiply[4, 5, 7][a]] // BDisplay
```

$$h[8] \left(\frac{(-1 + e^{c[1]}) (c[1] + c[2] + c[3]) t[1]}{(-1 + e^{c[1]+c[2]+c[3]}) c[1]} + \frac{e^{c[1]} (-1 + e^{c[2]}) (c[1] + c[2] + c[3]) t[2]}{(-1 + e^{c[1]+c[2]+c[3]}) c[2]} + \frac{e^{c[1]+c[2]} (-1 + e^{c[3]}) (c[1] + c[2] + c[3]) t[3]}{(-1 + e^{c[1]+c[2]+c[3]}) c[3]} \right)$$

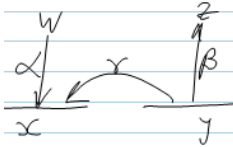
```
HMultiply[4, 7, 8][HMultiply[5, 6, 7][a]] // BDisplay
```

$$h[8] \left(\frac{(-1 + e^{c[1]}) (c[1] + c[2] + c[3]) t[1]}{(-1 + e^{c[1]+c[2]+c[3]}) c[1]} + \frac{e^{c[1]} (-1 + e^{c[2]}) (c[1] + c[2] + c[3]) t[2]}{(-1 + e^{c[1]+c[2]+c[3]}) c[2]} + \frac{e^{c[1]+c[2]} (-1 + e^{c[3]}) (c[1] + c[2] + c[3]) t[3]}{(-1 + e^{c[1]+c[2]+c[3]}) c[3]} \right)$$

```
(HMultiply[7, 6, 8][HMultiply[4, 5, 7][a]] -
  HMultiply[4, 7, 8][HMultiply[5, 6, 7][a]]) // BDisplay
```

0

From B - Side Operations, II : (outdated !)



$$E_y C_y^x(u) = \beta u_1 + \gamma u_2$$

$$= \beta^2 \frac{(e^{\alpha W C_W + \gamma C_Y} - 1) \alpha^W a_{WZ} C_Y + a_{YZ} (\alpha^W C_W + \gamma C_Y)}{e^{\alpha^W C_W + \gamma C_Y} \alpha^W C_W + \gamma C_Y} + \gamma C_Y \frac{e^{-\alpha^W C_W - \gamma C_Y} - 1}{-\alpha^W C_W - \gamma C_Y} \cdot W + \gamma a_{YZ}$$

$$\begin{cases} \alpha \rightarrow -\alpha \\ \gamma \rightarrow -\gamma \end{cases}$$

```
THConjugate[y_, x_][mix_] := Module[
```

```
{cox, coy, \gamma, \delta, rest},
  cox = D[mix, h[x]] /. t[y] -> 0;
  coy = D[mix, t[y]] /. h[x] -> 0;
  \gamma = Coefficient[mix, t[y] h[x]];
  \delta = -\gamma c[y] - (cox /. t -> c);
  rest = mix /. {t[y] -> 0};
  coy \frac{(E^\delta - 1) cox c[y] - t[y] \delta}{E^\delta (cox /. t -> c) + \gamma c[y]} (1 + (cox /. t -> c)) +
  \gamma c[y] \frac{(1 - E^{-\delta})}{\delta} W + \gamma t[y] h[x] - c[y] cox * coy + rest
```

```
];
```

```
HTConjugate[x_, y_][mix_] :=
```

```
((mix /. h[x] -> -h[x]) // THConjugate[y, x]) /. h[x] -> -h[x]
```

```
THConjugate[y, x][t[y] h[1] + t[1] h[x]] // BDisplay
```

$$h[x] t[1] + h[1] \left(-\frac{(-1 + e^{c[1]} (1 + c[1])) c[y] t[1]}{c[1]} + e^{c[1]} (1 + c[1]) t[y] \right)$$

```
a1 = ar[1, 3] + ar[4, 2]
```

```
h[3] t[1] + h[2] t[4]
```

```
a2 = a1 // HTConjugate[3, 4] // HTConjugate[2, 4] // HMultiply[2, 3, 2] // BDisplay
```

```
e^{-c[1]-c[4]} (-1 + e^{c[4]}) W (-1 + c[1]) +
```

$$h[2] \left(\left(e^{-c[1]} (1 - e^{c[1]} - c[1] + e^{c[4]} (-1 + e^{2c[1]} + c[1])) (c[1] + c[4]) t[1] \right) / \right. \\ \left. \left((-1 + e^{c[1]+c[4]}) c[1] \right) - \frac{e^{-c[1]} (-1 + e^{c[4]}) (-1 + c[1]) (c[1] + c[4]) t[4]}{(-1 + e^{c[1]+c[4]}) c[4]} \right)$$

a3 = a1 // HMultiply[2, 3, 2] // HTConjugate[2, 4] // BDisplay

$$-e^{-c[1]-c[4]} (-1 + e^{c[4]}) W + h[2] \left(\frac{e^{c[4]} (-1 + e^{c[1]}) (c[1] + c[4]) t[1]}{(-1 + e^{c[1]+c[4]}) c[1]} + \frac{(-1 + e^{c[4]}) (c[1] + c[4]) t[4]}{(-1 + e^{c[1]+c[4]}) c[4]} \right)$$

FullSimplify[a2 == a3]

$$(e^{-c[1]-c[4]} (-1 + e^{c[4]}) ((-1 + e^{c[1]+c[4]}) W c[1]^2 c[4] + e^{c[4]} (-1 + e^{c[1]} + c[1]) (c[1] + c[4]) h[2] (c[4] t[1] - c[1] t[4]))) / ((-1 + e^{c[1]+c[4]}) c[1] c[4]) == 0$$

ComposeList[{HTConjugate[3, 4], HTConjugate[2, 4], HMultiply[2, 3, 2]}, a1] // BDisplay // MatrixForm

$$\begin{pmatrix} h[3] t[1] + h[2] t[4] \\ h[3] t[1] + h[2] \left(\frac{e^{-c[1]} (-1 + e^{c[1]+c[4]}) c[4] t[1]}{c[1]} - e^{-c[1]} (-1 + c[1]) t[4] \right) \\ e^{-c[1]-c[4]} (-1 + e^{c[4]}) W (-1 + c[1]) + h[3] t[1] + h[2] \left(\frac{e^{-c[1]} (-1 + e^{c[1]+c[4]}) c[4] t[1]}{c[1]} - e^{-c[1]} (-1 + c[1]) t[4] \right) \\ e^{-c[1]-c[4]} (-1 + e^{c[4]}) W (-1 + c[1]) + h[2] \left(\frac{e^{-c[1]} (1 - e^{c[1]} - c[1] + e^{c[4]}) (-1 + e^{2c[1]+c[4]}) (c[1] + c[4]) t[1]}{(-1 + e^{c[1]+c[4]}) c[1]} - \frac{e^{-c[1]} (-1 + c[1]) t[4]}{(-1 + e^{c[1]+c[4]}) c[4]} \right) \end{pmatrix}$$

Limit[

ComposeList[{HTConjugate[3, 4], HTConjugate[2, 4], HMultiply[2, 3, 2]}, a1] /.

c[i_] -> eps c[i],

eps -> 0

] // BDisplay // MatrixForm

$$\begin{pmatrix} h[3] t[1] + h[2] t[4] \\ h[3] t[1] + h[2] t[4] \\ h[3] t[1] + h[2] t[4] \\ h[2] (t[1] + t[4]) \end{pmatrix}$$

ComposeList[{HMultiply[2, 3, 2], HTConjugate[2, 4]}, a1] // BDisplay // MatrixForm

$$\begin{pmatrix} h[3] t[1] + h[2] t[4] \\ h[2] \left(\frac{e^{c[4]} (-1 + e^{c[1]}) (c[1] + c[4]) t[1]}{(-1 + e^{c[1]+c[4]}) c[1]} + \frac{(-1 + e^{c[4]}) (c[1] + c[4]) t[4]}{(-1 + e^{c[1]+c[4]}) c[4]} \right) \\ -e^{-c[1]-c[4]} (-1 + e^{c[4]}) W + h[2] \left(\frac{e^{c[4]} (-1 + e^{c[1]}) (c[1] + c[4]) t[1]}{(-1 + e^{c[1]+c[4]}) c[1]} + \frac{(-1 + e^{c[4]}) (c[1] + c[4]) t[4]}{(-1 + e^{c[1]+c[4]}) c[4]} \right) \end{pmatrix}$$

b1 = ar[1, 2] + ar[4, 3]

h[2] t[1] + h[3] t[4]

b2 = b1 // HTConjugate[3, 4] // HTConjugate[2, 4] // HMultiply[3, 2, 2] // BDisplay

$$(-1 + e^{-c[4]}) W + h[2] \left((e^{-c[1]} (1 - e^{c[1]} - c[1] + e^{c[4]} (-1 + e^{2c[1]} + c[1])) (c[1] + c[4]) t[1]) / \left((-1 + e^{c[1]+c[4]}) c[1] \right) - \frac{e^{-c[1]} (-1 + e^{c[4]}) (-1 + c[1]) (c[1] + c[4]) t[4]}{(-1 + e^{c[1]+c[4]}) c[4]} \right)$$

b3 = b1 // HMultiply[2, 3, 2] // HTConjugate[2, 4] // BDisplay

$$(-1 + e^{-c[4]}) W + h[2] \left(\frac{(-1 + e^{c[1]}) (c[1] + c[4]) t[1]}{(-1 + e^{c[1]+c[4]}) c[1]} + \frac{e^{c[1]} (-1 + e^{c[4]}) (c[1] + c[4]) t[4]}{(-1 + e^{c[1]+c[4]}) c[4]} \right)$$

FullSimplify[b2 == b3]

$$\frac{(e^{-c[1]} (-1 + e^{c[4]}) (-1 + e^{2c[1]} + c[1]) (c[1] + c[4]) h[2] (-c[4] t[1] + c[1] t[4]))}{((-1 + e^{c[1]+c[4]}) c[1] c[4])} = 0$$

c1 = ar[1, 2]

h[2] t[1]

c1 // THConjugate[1, 2]

$$-(1 - e^{c[1]}) W + h[2] t[1]$$